دراسة توزيع أجهادات الترابط بين الخرسانة وفولاذ التسليح
باستخدام طريقة العناصر المحددة

د. مهدي علي جواد البياتي
كلية الهندسة/ جامعة البصرة

Dr. Mehdi Ali Jawad Albayyati
Engineering College/ Basrah University

في هذا البحث تم دراسة توزيع أجهادات الترابط بين الخرسانة وفولاذ التسليح عبر عنصر تداخل غير مادي، يسمح بتوليد الأجهادات المماسية لعتبة خرسانية مسلحة وتحمل بصورة تزايدية من الصفر حتى الفشل من خلال برنامج (جواد) وهو برنامج لا خطي لتمثيل سلوكية الخرسانة العادية والمسلحة عبر تمثيل حقيقي للتشققات باستخدام طريقة العناصر المحددة. تم توضيح اشتقاق مصفوفة الصلابة لعنصر التداخل وكيفية المعالجة لجعل عنصر التداخل يستخدم للتحليل اللاخطي ورسم مخططات توضح توزيع أجهادات الترابط على طول امتداد فولاذ التسليح قبل وبعد ظهور التشققات ولقيم أحمال مختلفة.

Study of bond stresses distribution between steel reinforcement and concrete using finite element method

Dr. Mehdi Ali Jawad Albayyati
Engineering College/ Basrah University

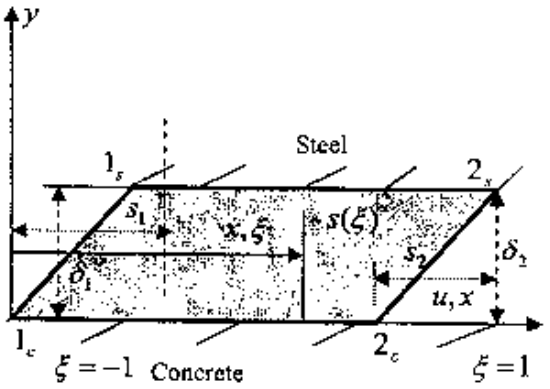
In this investigation, the bond stresses between the reinforcement and concrete was studied through using non-material interface elements which are able to produce the bond stresses for the reinforced concrete beam gradually loaded from zero till failure. Depending on (Jawad) program which is a non-linear analysis program of plain and reinforced concrete beam through discrete-crack approach by using finite element method. The stiffness matrix derivation of interface element and the way of non-linear treatment was explained. The distribution of bond stresses drawings along the steel reinforcement for different values of loading were achieved before and after cracking.

1-مقدمه

يوجد هنالك أسلوبان للتعامل مع عناصر التداخل، الأسلوب الأول هو التعامل معه كعنصر مادي، له حجم وسمك ويستخدم بصوره عاديه كأي عنصر من العناصر المحددة التقليدية الثنائية أو الحجميه و قد استخدم هذا الأسلوب من قبل مجموعه من الباحثين نذكر منهم Zienkiewicz et al. [1] و Desai et al. [2]. اما الأسلوب الآخر وهو التعامل مع عنصر التداخل على انه عنصر غير مادي و عبارة عن طبقه ذات سمك تساوي صفر تسمح بانتقال الأجهادات بين وجهي عنصر التداخل وقد استخدم هذا الأسلوب من قبل Goodman et al. [3] و Fernandez [4]. الأسلوب المستخدم لمعالجه عنصر التداخل في هذا البحث هو الأسلوب الثاني.

2-تشكيل مصفوفة الصلابة

عنصر التداخل المستخدم هو عنصر خطي غير مادي ذو سمك صفر مؤلف من أربع عقد كل عقدتين تقعان في وجه أحد النظامين الإنشائيين المراد ربطهما كما موضح في الشكل (1).



الشكل (1) عنصر التداخل

الانزلاق النسبي لوجهي عنصر الربط لأي نقطه داخل العنصر هي:-

$$s(\xi)=u_c(\xi)-u_s(\xi) \quad \text{---------(1)}$$

ان الإزاحة الأفقية داخل عنصر التداخل الموازية لمحور العنصر عند الوجهين يمكن ربطهما مع الإزاحات العقدية للعنصر (nodal displacements) معتبرين بان هناك تغير خطي للإزاحات، بالنسبة لوجه النظام الإنشائي الأول الخرسانة فأن :-

$$u_c(\xi)=\sum_{i=1}^{2} N_i(\xi)\,u_{ic} \quad \text{--(2)}$$

أو على هيئه مصفوفة

$$u_c(\xi)=\begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} u_{1c} \\ v_{1c} \\ u_{2c} \\ v_{2c} \end{Bmatrix}=N_c(\xi)\,r_c \quad \text{--(3)}$$

وبصوره متناظرة للوجه الإنشائي الثاني فولاذ التسليح :-

$$u_s(\xi)=\sum_{i=1}^{2} N_i(\xi)\,u_{is} \quad \text{---------(4)}$$

و على هيئه مصفوفة

$$u_s(\xi)=\begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} u_{1s} \\ v_{1s} \\ u_{2s} \\ v_{2s} \end{Bmatrix}=N_s(\xi)\,r_s \quad \text{--(5)}$$

بتعويض العلاقة (3) و (5) في العلاقة (1)، الانزلاق النسبي يكون:-

$$s(\xi)=\begin{bmatrix} N_{1c} & 0 & N_{2c} & 0 & -N_{1s} & 0 & -N_{2s} & 0 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} u_{1c} \\ v_{1c} \\ u_{2c} \\ v_{2c} \\ u_{1s} \\ v_{1s} \\ u_{2s} \\ v_{2s} \end{Bmatrix} \quad \text{--(6)}$$

أو بصوره مختصره

$$s(\xi)=N_c(\xi)\,r_c+N_s\,r_s \quad \text{--(7)}$$

حيث

$$\left.\begin{aligned} N_1=N_{1c}=N_{1s}&=\frac{1-\xi}{2} \\ N_2=N_{2c}=N_{1c}&=\frac{1+\xi}{2} \end{aligned}\right\} \text{--(8)}$$

الحركة النسبية العمودية لأي نقطة داخل عنصر التداخل تكون بصوره مشابه لما سبق ترتبط بالإزاحات العقدية من خلال:-

$$\delta(\xi)=v_c(\xi)-v_s(\xi) \quad \text{---------(9)}$$

$$\delta(\xi)=\begin{bmatrix} 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & -N_1 & 0 & -N_2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} u_{1c} \\ v_{1c} \\ u_{2c} \\ v_{2c} \\ u_{1s} \\ v_{1s} \\ u_{2s} \\ v_{2s} \end{Bmatrix} \quad \text{--(10)}$$

ان علاقة الانزلاق النسبي والحركة العمودية داخل عنصر التداخل مع الإزاحات العقدية عند نظام ثنائي المحاور تصبح:-

$$\begin{Bmatrix} s(\xi) \\ \delta(\xi) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & -N_1 & 0 & -N_2 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & -N_1 & 0 & -N_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{1c} \\ v_{1c} \\ u_{2c} \\ v_{2c} \\ u_{1s} \\ v_{1s} \\ u_{2s} \\ v_{2s} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} s(\xi) \\ \delta(\xi) \end{Bmatrix} = B.r \quad ---(11)$$

من خلال معرفة مصفوفة B يمكن تشكيل مصفوفة الصلابة المماسية:-

$$K_T = \int_0^l B^T D_T B (\sum_{j=1}^{m} (n_j \Omega_j)) dx$$

$$= (\sum_{j=1}^{m} n_j \Omega_j) \int_{-1}^{+1} B^T D_T B \frac{l}{2} d\xi \quad --(12)$$

حيث:-

n_j:- عدد قضبان التسليح للمجموعة j.

Ω_j:- محيط قضيب التسليح للمجموعة j.

m :- عدد مجاميع قضبان التسليح.

l :- طول عنصر التداخل.

$\mathbf{D_T}$:- مصفوفة الصلابة المماسية.

و باستخدام التكامل العددي فأن العلاقة (12) تصبح:-

$$K_T = (\sum_{j=1}^{m} n_j \Omega_j) \sum_{i=1}^{n_p} B_i^T D_{T_i} B_i \frac{l}{2} w_i \quad --(13)$$

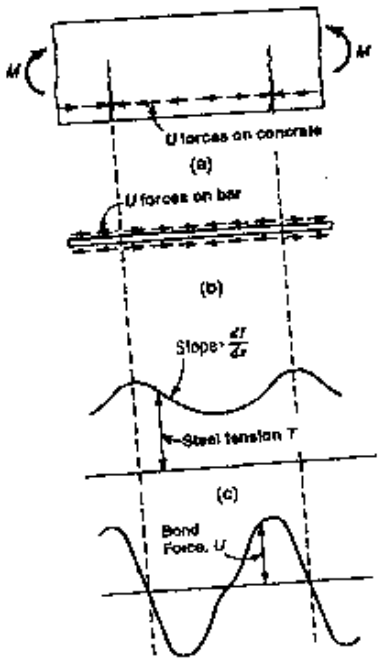
حيث:-

n_p :- عدد نقاط تكامل جاوس.

w_i :- الوزن التكاملي للنقطة i.

3- مصفوفة التشكيل (الصلابة) D.

ان توزيع اجهادات التداخل على طول امتداد قضبان التسليح هي عملية معقدة. الشكل (2) يوضح جزء فقط من عتبة خرسانية مسلحة تتعرض الى عزم صافي. ان الخرسانة تفشل لمقاومة اي اجهادات شد عند الشق ويكون الاجهاد في قضبان التسليح اقصى قيمة. يقوم عنصر التداخل بين الشقوق بنقل اجهادات الشد من فولاذ التسليح الى الخرسانة المحيطة مما يؤدي الى تقليل قوة الشد في فولاذ التسليح كما موضح في الشكل (2-c)، ومن الواضح ان اجهاد الترابط يتناسب مع نسبة تغير القوة في قضيب التسليح [5]. تكون اجهادات الترابط ذات مقادير عالية عندما يكون ميل منحني اجهادات فولاذ التسليح اكبر ما يمكن، وتساوي صفر عندما يكون الميل صفرا. سجلت اجهادات ترابط عالية موقعية بجوار الشقوق بحيث لا يمكن تجنب حدوث فشل انزلاق نسبي بين الخرسانة والتسليح بجوار كل شق [6].



الشكل (2) تغير الاجهادات في فولاذ التسليح والترابط [5]

ان حساب مصفوفة الصلابة المماسية K_T يحتاج إلى دراسة خاصة لمصفوفة الصلابة **D** لعنصر التداخل أو علاقة الإجهاد – الحركة النسبية بين وجهي عنصر التداخل للمحاور ثنائية الأبعاد

$$\begin{Bmatrix} \Delta\sigma \\ \Delta\tau \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta s \end{Bmatrix} \quad --(14)$$

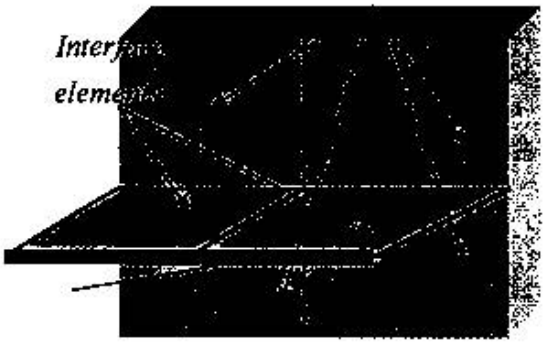
حيث:-

$D_{11} = \frac{d\sigma}{d\delta}$:- مركبة الصلابة العمودية

$D_{22} = \frac{d\tau}{ds}$:- مركبة الصلابة المماسية (القصية)

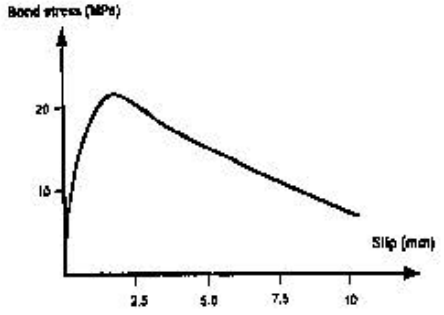
D_{12}, D_{21} :- مركبة الصلابة المزدوجة و تساوي صفر وذلك للحفاظ على التناظر في مصفوفة الصلابة.

تستخدم طريقة العناصر المحددة لتمثيل الخرسانة المسلحة وهناك أسلوبان لتمثيلها، الأول التشققات الموزعة Distributed cracks approach (Smeared approach)، حيث يفرض أن هناك ترابط تام بين فولاذ التسليح والخرسانة المحيطة ولا يمكن استخدام عنصر التداخل لأنه كل من الحركة النسبية الأفقية والعمودية مقيدة. اما الأسلوب الثاني التشقق الحقيقي Discrete cracks approach حيث يفرض وجود ترابط غير تام بين فولاذ التسليح والخرسانة والضروري كي تظهر التشققات على مسافات معينة وإذا فرض بأن الترابط تام أي وضع صلابة كبيرة باتجاه فولاذ التسليح عند عنصر التداخل فأن المسافة بين التشققات ستكون ثابتة و بحجم عنصر الخرسانة المستخدم مهما صغر حجم هذا العنصر. الشكل (2) يوضح فولاذ التسليح والخرسانة المحيطة. ان تشكيل



الشكل (2) يوضح ارتباط الخرسانة وفولاذ التسليح من خلال عناصر الترابط.

مصفوفة الصلابة تحتاج إلى معرفة معاملات المصفوفة **D** والتي تربط بين الأجهادات والحركات النسبية الأفقية و العمودية وعليه يجب معرفة طبيعة الأجهادات في عنصر الترابط، ومن حسن الحظ أن هناك الكثير من الأبحاث المختبرية التي تناولت هذا الموضوع. ان الشكل (3) يوضح منحني اجهادات الترابط مقابل الانزلاق النسبي لقضيب تسليح تحمل بصورة تدريجية ويفشل بالسحب [7].



الشكل (3) توزيع اجهادات الربط مقابل الانزلاق النسبي [7].

في هذا البحث تم استخدام علاقة لا خطية تربط أجهادات الترابط المماسية مع الانزلاق النسبي $\tau = f(s)$ كما موضح بالشكل (4) ومن خلال العلاقة التالية [4]:-

$$\tau = \tau_{max}\frac{k\eta - \eta^2}{1+(k-2)\eta} \qquad s \le s_c$$
$$\tau = \tau_{max} \qquad s_c < s \le s_u \qquad \text{---(15)}$$
$$\tau = 0. \qquad s > s_u$$

حيث:-

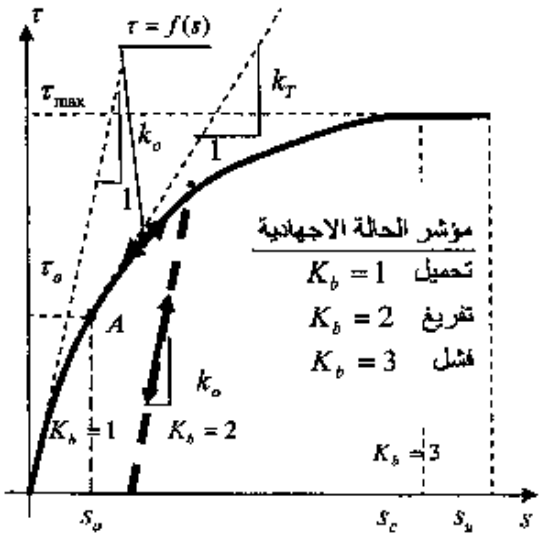
$$\eta = \frac{s}{s_c}$$

$$\tau_{max} = 115kg/cm^2 \qquad \phi < 8mm$$
$$\tau_{max} = 130 - 1.9\phi \qquad 8mm \le \varphi \le 32mm$$
$$69 \le \tau_{max} \le 115kg/cm^2$$
$$\tau_{max} = 69kg/cm^2 \qquad \phi > 32mm$$

s_c :-الانزلاق الذي يعود إلى τ_{max} ، s :- الانزلاق و τ :-أجهاد الترابط.

$$k = \frac{k_o}{\tau_{max}}s_c$$

k_o :- المماس الابتدائي، وكما موضح بالشكل (4).



الشكل (4) علاقة اجهاد الترابط-الانزلاق النسبي بين فولاذ التسليح والخرسانة المحيطة به.

في حالة حصول تفريغ (عدم تحميل)، فأن مخطط الإجهاد-الانزلاق يتبع مسارا موازيا إلى المماس للمنحني عند نقطة الأصل وكما موضح بالشكل (4) وتم استخدام عتبة سيلان (اجهاد ثابت مع زيادة بالانزلاق) لاجهاد الترابط للانزلاقات النسبية الواقعة بين $s_c - s_u$. ان العلاقة التزايدية للإجهاد-الحركة النسبية لوجهي عنصر التداخل هي:

$$\Delta\tau = k_T \Delta s \qquad \text{--------(16)}$$

حيث:-

Δs :- تزايد الحركة النسبية.

$\Delta\tau$:- تزايد أجهاد الترابط.

k_T :- المماس للمنحني عند النقطة (τ_o, s_o) كما في الشكل أعلاه.

قيمة k_T نحصل عليها من تفاضل العلاقة (15)

$$D_{22} = k_T = \frac{d\tau}{ds} = \frac{k - 2\eta - (k-2)\eta^2}{(1+(k-2)\eta)^2} \qquad \text{--(17)}$$

D_{11} :- تؤخذ عادة قيمة صلابة كبيرة أي تقريبا لا يوجد حركة عمودية نسبية و هي مهمة جدا هنا حيث توفر عامل تثبيت للأساور (stirrups) والتي عادة تكون عمودية على فولاذ التسليح الرئيسي الطولي. تم أخذ ثلاث نقاط تكامل جاوس لعنصر التداخل حيث تخزن جميع المعلومات الخاصة لهذا العنصر في هذه النقاط، رغم أنه لا نحتاج إلى ثلاث نقاط تكاملية للحصول على دقة الحل الرياضي المطلوب، ولكن فضلنا استخدام تلك النقاط أو أكثر رغم ما يسببه من حسابات أضافية لكون تغير الأجهادات سريع جدا ضمن نفس عنصر الترابط لذلك نحتاج إلى نقاط كثيرة لتضمن تتبع تغير الأجهادات. اما الحل الأخر هو استخدام عناصر أصغر وبالتالي إلى شبكة دقيقة من العناصر المحددة وتحتاج إلى جهد حسابي أضافي لذلك فضلنا الحل الأول وهو الاحتفاظ بشبكة ذات حجم معقول للعناصر المحددة مع استخدام نقاط تكامل جاوس متعددة أكثر من العدد اللازم للحل الرياضي.

4- التطبيقات

تم استخدام برنامج (جواد) وهو برنامج خاص بهذه الورقة البحثية وهو عبارة عن تمثيل حقيقي للخرسانة العادية والمسلحة باستخدام طريقة العناصر المحددة ويأخذ بنظر الاعتبار جميع العوامل المؤثرة على السلوكية اللاخطية للخرسانة المسلحة كالتشققات وكيفية تمثيلها وفعل التداخل الحصى (Aggregate interlock) وفعل العابر(Dowel action) وبالطبع عنصر الترابط الذي تكلم بخصوصه [8] و [9]. تم استخدام العتبة المسلحة المختبرة من قبل Ramakrishnam and Ananthanarayana [10]. ان الشكل (5) يوضح المواصفات الهندسية لتلك العتبة حيث تم استخدام 72 عنصر خرساني و 8 عنصر فولاذ تسليح وكذلك 8 عنصر تداخل ومسلحة $1\phi 10mm$ ويوضح العتبة حيث تم رسم نصفها عند محور التناظر، تم تحميلها بقوتين مركزيتين تزايدتين من الصفر حتى الفشل. رصدت أجهادات الترابط على طول امتداد فولاذ التسليح وعلى نفس مخطط التشققات عند نهاية استقرار العتبة أي أنه جميع التشققات قد استقرت عند نهاية قيمة هذا الحمل. تم التعامل مع الخرسانة قبل التشققات كمادة متساوية الخواص في جميع الجهات، بينما في الواقع فان خواصها متغيرة وبالغة التعقيد، لذا فانه لا يحدث تطابق في مخطط التشققات لاي برنامج مع واقع اي تجربة مختبرية، وعلى ضوء ذلك يمكن مقارنة السلوكية العامة لاجهادات الترابط مع المشاهدات المختبرية.

ان الشكل (6) يوضح أجهادات الترابط قبل حدوث أية تشققات عند الحمل P=1.5t ونلاحظ قيم الأجهادات قليله كون الأحمال المسلطة قليلة.

ان الشكل (7) يوضح ظهور أول التشققات عند نهاية الحمل P=2t، شق عند المنتصف وأخر إلى يمين مستوى الحمل في الجهة السفلية من العتبة وقد استقرا عند مستوى فولاذ التسليح، نلاحظ إن قيم الأجهادات قليلة كون مقدار الحمل قليل ولان التشققات لم تتجاوز مستوى فولاذ التسليح.

ان الشكل (8) يوضح التشققات عند الحمل P=2.5t ونلاحظ بأن الشقين السابقين قد امتدا إلى الأعلى فوق مستوى فولاذ التسليح وهنا بدأت ملامح شكل الأجهادات تتغير وخاصة بين الشقين ويعلل ذلك، عند الشق جميع قوة الشد يتحملها فولاذ التسليح بعد الشق يمينا أو يسارا يبدأ تأثير أجهاد الترابط حيث تنتقل بواسطته القوى والاجهادات إلى الخرسانة المحيطة بفولاذ التسليح وتشارك في تحمل الأجهادات مع فولاذ التسليح ويتعاونان مع بعض لذلك تنحدر قيمة قوة الشد في فولاذ التسليح بعد الشق وتزداد أجهادات الشد في الخرسانة كلما ابتعدنا عن الشق وتبلغ المقدار الأكبر عندما يكون إجهاد الترابط مساويا إلى الصفر أو بتعبير آخر عندما تتبدل إشارة إجهاد الترابط من الموجب إلى السالب أو بالعكس. تكون = أجهادات الترابط عند حافة الشق اكبر ما يمكن.

ان الشكل (9) يوضح أجهادات الترابط والتشققات عند الحمل P=3t حيث نلاحظ إن الشقين السابقين تطورا وكذلك ظهر شق جديد إلى اليسار من الحمل المسلط عند الحافة السفلية من العتبة ووصل إلى مستوى فولاذ التسليح. نلاحظ زيادة قيمة أجهادات الترابط بصورة واضحة وخاصة عند حافتي الشقوق، حيث الأجهادات تنتقل بسرعة من فولاذ التسليح إلى الخرسانة المحيطة بواسطة عنصر التداخل وتصل إلى أعلى قيمة عند حافة الشق.

ان الشكل (10) يوضح أجهادات الترابط والتشققات عند الحمل P=3.5t حيث تطور الشق الأخير إلى ما فوق فولاذ التسليح وبدا شكل مخطط أجهاد الترابط بالتغير إلى شكل موجات وخاصة بين الشقوق وقد ارتفعت قيم أجهاد الترابط إلى ما فوق $100\,kg/cm^2$ عند منتصف العتبة حيث إن أجهادات فولاذ التسليح تكون اكبر ما يمكن وبدأت أجهادات الترابط تصل إلى قيمها القصوى عند هذا الموقع.

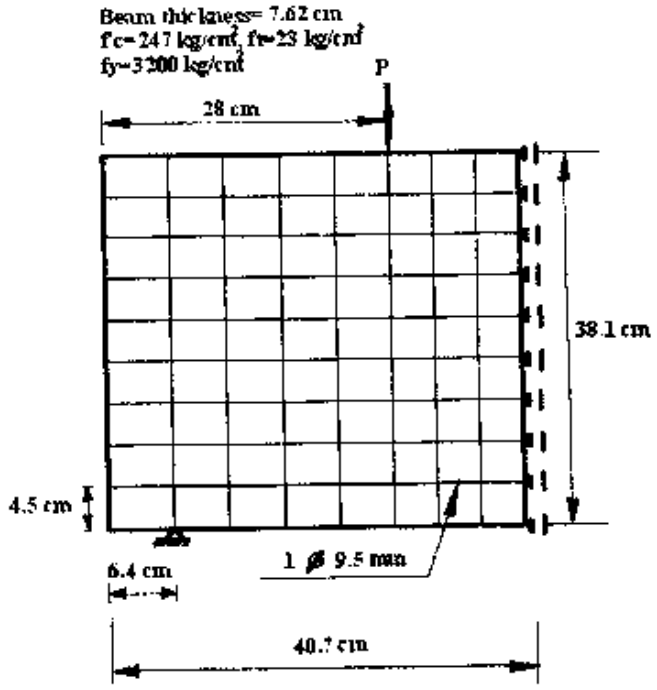
ان الشكل (11) يوضح الأجهادات والتشققات عند الحمل P=4t حيث تطورت كل من الشقوق واجهادات الترابط ووصلت تقريبا إلى القيم القصوى لها وبدأ مخطط أجهاد الترابط يأخذ شكل موجة كاملة بين كل شقين متتالين.

ان الشكل (12) يوضح الحمل عند P=4.5t، نفس التسلسل السابق ولكن قيم أجهادات الترابط وصلت إلى القيم القصوى مباشرة قبل وبعد الشق وبدأت حدوث مناطق فشل محلية (local failures) أي أنزلاقات بين فولاذ التسليح والخرسانة مباشرة بعد وقبل الشق. في برنامج (حواد) تم استخدام عتبة سيلان بعد بلوغ الإجهاد الاعظمي كما موضح في الشكل (4) ولو تم استخدام منحني انحداري بعد بلوغ الإجهاد الاعظمي لحدث فشل عند نقطة جاوس الخاصة بعنصر الترابط المجاور للشق وحدوث عدم استقرار في البرنامج، لذا تم استخدام عتبة السيلان لتجنب حدوث ذلك.

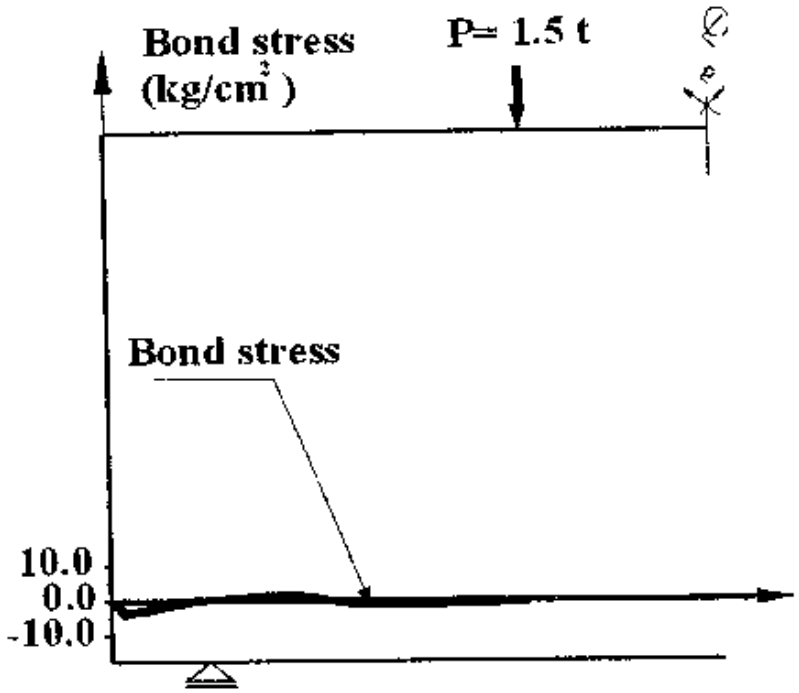
ان الشكل (13) يوضح التشققات وإجهاد الترابط عند الحمل P=5t وهي نفس التسلسل السابق وتختلف فقط بان قيمة مخطط أجهاد الترابط بدأت تأخذ شكلا مستويا أي مخطط الاجهاد دخل مرحلة اللدونة حيث لو استمر التحمل لأخذ الشكل الموضح (14) ولكن العتبة فشلت بالانحناء أي وصول التسليح عند منتصف العتبة وعند الحمل P=5t إلى مرحلة الخضوع وفقدنا اتزان العتبة.

5-الاستنتاجات

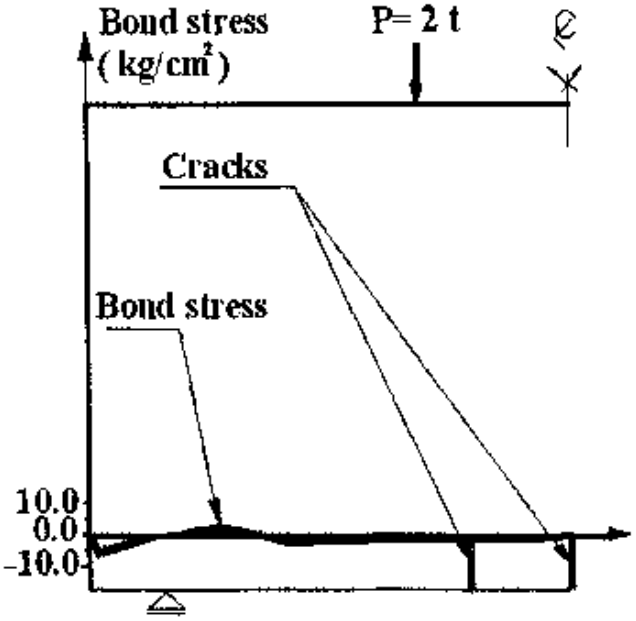
ان برنامج (حواد) المستخدم أثبت إمكانياته في تمثيل الخرسانة المسلحة واستخدامه لعنصر الترابط الموضح في هذا البحث ونجاح هذا العنصر في تمثيل حقيقة وطبيعة الأجهادات بين الخرسانة وفولاذ التسليح على طول امتداد العتبة المسلحة وأثبت مدى تأثر قيم هذه الأجهادات بظهور التشققات حيث ترتفع الى القيم القصوى وخاصة عند حافة التشقق بل يؤدي الى حدوث فشل في مناطق محلية أي حدوث أنزلاقات نسبية عند المناطق المجاورة الى التشقق. وقد درست تطور اجهادات الترابط بين الخرسانة وفولاذ التسليح لمختلف قيم التحميل من الصفر الى حدوث الفشل في العتبة وقد كانت هذه السلوكيات مطابقة للمشاهدات المختبرية.



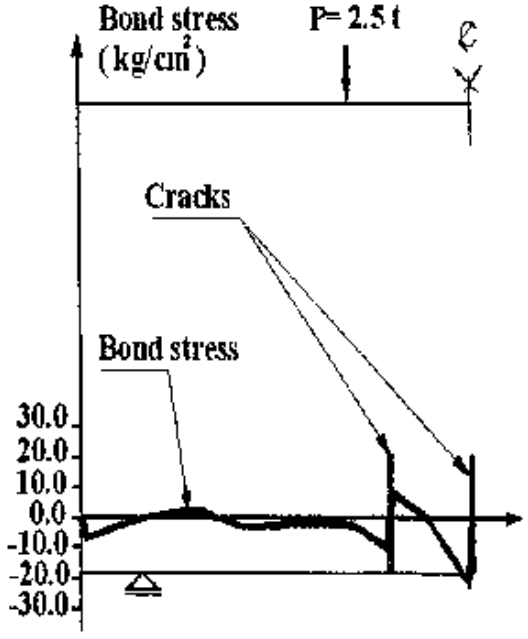
الشكل(5) العتبة المختبرة من قبل **Ramakrishnam and Ananthanarayana**



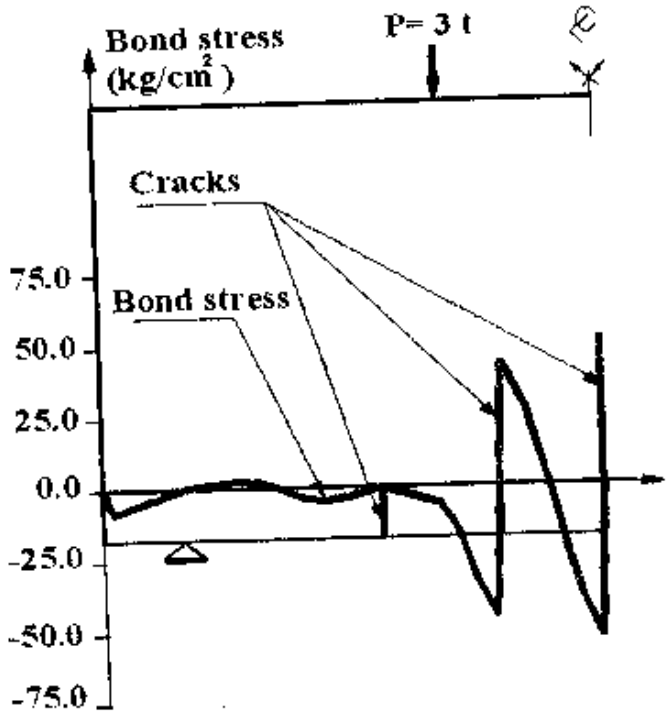
الشكل(6) اجهادات الترابط بين فولاذ التسليح والخرسانة عند الحمل P = 1.5 t



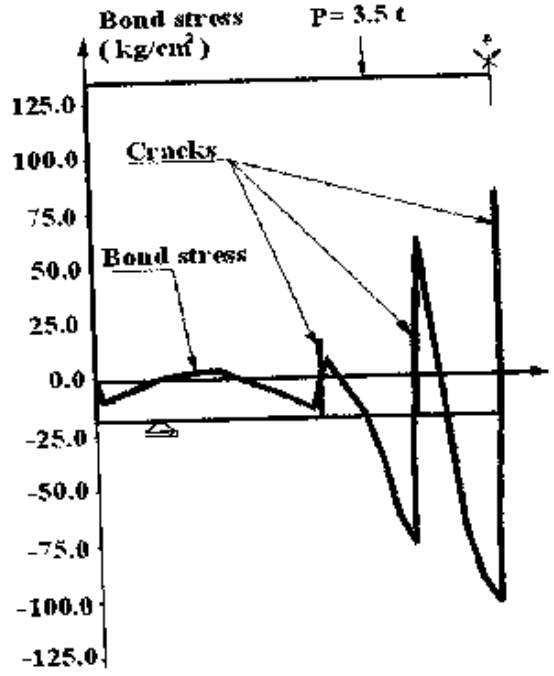
الشكل(7) اجهادات الترابط بين فولاذ التسليح والخرسانة عند الحمل P = 2.0 t



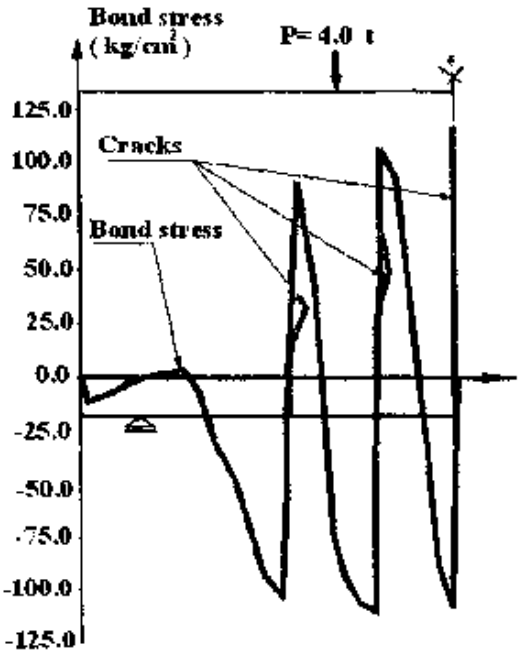
الشكل(8) اجهادات الترابط بين فولاذ التسليح والخرسانة عند الحمل P = 2.5 t



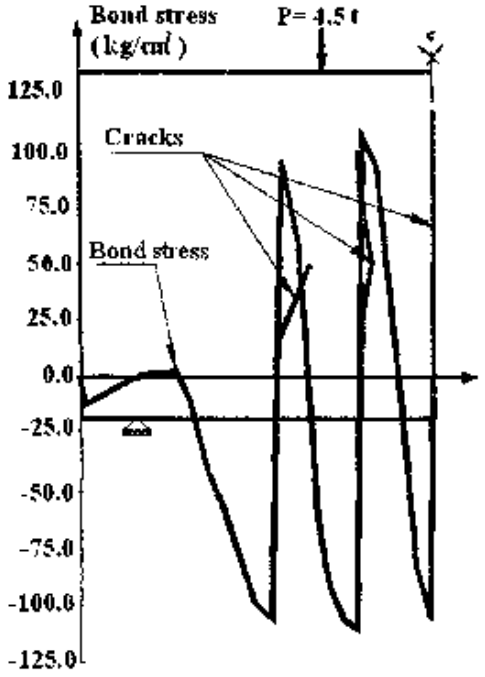
الشكل(9) اجهادات الترابط بين فولاذ التسليح والخرسانة عند الحمل P = 3.0 t



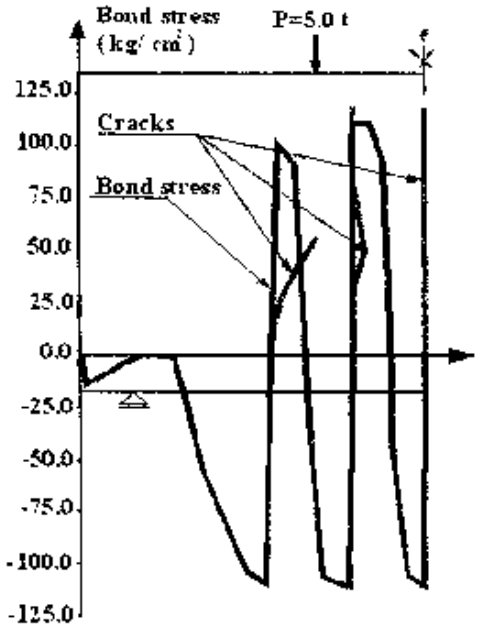
الشكل(10) اجهادات الترابط بين فولاذ التسليح والخرسانة عند الحمل P = 3.5 t



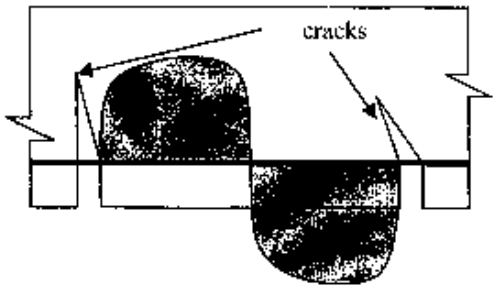
الشكل(11) اجهادات الترابط بين فولاذ التسليح والخرسانة عند الحمل P = 4.0 t



الشكل(12) اجهادات الترابط بين فولاذ التسليح والخرسانة عند الحمل P = 4.5 t



الشكل(13) اجهادات الترابط بين فولاذ التسليح والخرسانة عند الحمل **P = 5.0 t**



الشكل(14) اجهادات الترابط عند مرحلة المدونة

References المراجع

[1] C. Zienkiewicz et al., ' Analysis of nonlinear problems with particular reference to jointed rock systems', Proc. 2nd Intl. Conf. Society of Rock Mech., Belgrade, Vol. 3, 1970, pp. 501-509.

[2] C. S. Desai et al.,' Thin-layer element for interfaces and joints', Intl. J. for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol. 8, pp.19-43, 1984.

[3] R. E. Goodman et al.,' A method for the mechanics of jointed rock', J. Soil Mech. And Found. Div. ASCE, 94, (SM 3)(1968).

[4] M. A. Fernandez Prada,' Un modelo por el metodo de los elementos finitos para el analisis no lineal de estructuras de hormigon en tension plana con representation real de la fisura', Doctorate Thesis, Construction Dep. Of Engineering College (UPV), Valencia (Spain), 230 pp., 1988.

[5] Nilson, A. H.;Darwin, D.; and Dolan, C. W.,' Design of Concrete Structures', 13th Edition. McGraw-Hill, New York, 779 pp, 2004.

[6] ' Bond and Development of straight reinforcing Bars in Tension'. Reported by ACI Committee (ACI 408R-03) .

[7] Eligehauen, R.; Popov, E. P.; and Bertero, V. V.; 1983.' Local Bond stress-Slip Relationships of Deformed Bars under Generlized Excitations', Report No.UBC/EERC-82/23, Earthquak Engineering Research Center, university of California at Barkely, Calif., 169 pp.

[8] M.A.Jawad, P.F.Miguel and M.A. Fernandez,' Analytical Model of Plain and Reinforced Concrete by Finite Element Method Using Discrete-Crack Approach', in the V Arab Conference on Structural Engineering, Tripoli 27-30 Nov. 1993.

[9] P.F.miguel, M.A. Jawad and M.A. Fernandez,' A Discrete-Crack Model Analysis of Concrete Structure', In the Second International Conference on Computer Aided Analysis and Design of Concrete Structure SCI-C, Zell am See, 4-6 April 1990 Austria.

[10] V. Ramakrishnam and Y. Ananthanarayana,' Ultimate strength of deep beam in shear', ACI J., Vol. 65, no. 7, pp. 87-98, 1968.